Matematici Speciale

Problema 1 *Determinaţi valorile următoarelor integrale pe domenii paralelipipedice*

1. $\displaystyle\iiint_{[0,1]\times[0,1]\times[0,\frac{\pi}{4}]} \frac{1}{1+x^2} y^2 e^{y^3} \cos z dxdydz.$

2. $\displaystyle\iiint_{[1,e]\times[0,1]\times[0,1]} \frac{\ln^3 x}{x}\, y\, 2^z dxdydz.$

3. $\displaystyle\iiint_{[0,\frac{\pi}{2}]\times[0,1]\times[0,\frac{\pi}{4}]} \cos x \sin z dxdydz.$

Problema 2 *Folosind eventual reducerea la integrale iterate, calculaţi*

1. $\displaystyle\iiint_{[0,\frac{\pi}{2}]\times[0,\frac{\pi}{2}]\times[0,\frac{\pi}{2}]} \sin(x+y) dxdydz.$

Problema 3 *Cu ajutorul coordonatelor cilindrice, determinaţi*

1. $\displaystyle\iiint_V \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2} dxdydz$, $V = \{(x,y,z); 4 \le x^2+y^2 \le 9, 1 \le z \le 3\}$.

2. $\displaystyle\iiint_V z dxdydz$, $V = \{(x,y,z); 1 \le x^2+y^2 \le 9, x, y \ge 0, 1 \le z \le 2\}$.

Problema 4 *Cu ajutorul coordonatelor sferice, determinaţi*

1. $\displaystyle\iiint_V z dxdydz$, $V = \{(x,y,z); x^2+y^2+z^2 \le 9\}$.

2. $\displaystyle\iiint_V xyz dxdydz$, $V = \{(x,y,z); 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4, x, y, z \le 0\}$.

Problema 5 *Determinaţi volumul domeniului spaţial V mărginit de paraboloidul (PB) : $x^2+y^2 = -4z$ şi planul $(P) : z = -4$.*

Problema 6 *Determinaţi $\displaystyle\iiint_V z\sqrt{x^2+y^2} dxdydz$, unde V este domeniul spaţial determinat de sfera $(S) : x^2+y^2+z^2 = 90$ şi de paraboloidul $(PB) : z = -(x^2+y^2)$.*

Problema 7 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii*

1. $x'' = 0$, *cu condiţiile* $x(1) = 3$, $x'(1) = 1$.

2. $x^{(3)} = 0$, *cu condiţiile* $x(2) = 2$, $x'(2) = -1$, $x''(2) = 1$.

Problema 8 *Rezolvaţi ecuaţia* $x'' = \cos t$, $t \in \mathbb{R}$, *ştiind că* $x(0) = 2$, $x'(0) = 2$.

Problema 9 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii cu variabile separabile.*

1. $(1 + t^3)x' - 3t^2 x = 0$.
2. $\dfrac{dx}{dt} = 2\sqrt{x+2}\sin t$, *cu condiţia* $x(\pi) = 0$.

Problema 10 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii liniare*

1. $x' = -2x + 5e^{4t}$.
2. $x' = x - t$.
3. $tx' = x - 2\ln t$.

Problema 11 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii Bernoulli*

1. $t^2 x' - x^3 = tx$.
2. $x' + x = 2tx^2$.

Problema 12 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii Riccati*

1. $x' = (x+t)^2 - 1$, *fiind dată soluţia particulară* $\varphi(t) = -t$.
2. $x' = x^2 - \dfrac{x}{t} - \dfrac{1}{t^2}$, *ştiind că admite o soluţie particulară de forma* $\varphi(t) = \dfrac{A}{t}$, *care trebuie determinată.*

Problema 13 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii cu diferenţiale exacte*

1. $(t^3 + x)dt + tdx = 0$. *Poate fi rezolvată şi ca ecuaţie liniară?*
2. $2txdt + (t^2 + 3x^2)dx = 0$.

Problema 14 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii omogene*

1. $x' = \dfrac{2t^2 + x^2}{tx}$, $t > 0$.

2. $x' = \frac{x}{t} + 2\left(\frac{x}{t}\right)^2$, $t > 0$, *cu condiţia* $x(1) = -1$.

Problema 15

Rezolvaţi următoarele ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi neomogene

1. $x'' - 4x' + 3x = 4e^{2t}$.

2. $x'' - 3x' - 4x = t + 1$.

3. $x'' + 6x' + 10x = 2t - 1$.

Problema 16

Rezolvaţi următoarele ecuaţii ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi neomogene

1. $x''' - 6x'' + 11x' - 6x = 12e^{4t} + t + 2$.

Problema 17 *Rezolvaţi următoarele ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi neomogene*

1. $x'' + x = \frac{1}{\sin t}$, $t \in (0, \pi)$.

2. $x'' + x = 3\sin^2 t$.