

MODEL I

I. Precizați punctele de extrem ale funcției

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 2x + y$$

și natura acestora.

II. Determinați

$$\text{a. } \int \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx \quad \text{b. } \int \frac{\ln x}{(1 + \ln x)x} dx.$$

III. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n + 3^n} x^n$. Este seria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n + 3^n} \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ convergentă, sau divergentă?}$$

Punctaj: I:3p, II:3p(1.5+1.5), III:3p, 1p din oficiu. **Timp lucru:** 50 minute

MODEL II

I. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1} x^n$. Este seria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1} \left(\frac{3}{2}\right)^n \text{ convergentă, sau divergentă?}$$

II. Precizați punctele de extrem ale funcției

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$$

și natura acestora.

III. Determinați

$$\text{a. } \int \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx \quad \text{b. } \int x^2 e^{3x} dx.$$

Punctaj: I:3p, II:3p, III:3p(1.5+1.5), 1p din oficiu. **Timp lucru:** 50 minute

MODEL III

I. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n} x^n$. Este seria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n} (0.83)^n \text{ convergentă, sau divergentă?}$$

II. Precizați punctele de extrem ale funcției

$$f: (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

și natura acestora.

III. Determinați

$$\text{a. } \int \frac{1}{x^2 - 6x + 5} dx \quad \text{b. } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}} dx.$$

Punctaj: I:3p, II:3p, III:3p(1.5+1.5), 1p din oficiu. **Timp lucru:** 50 minute