

MODEL I

I. Precizați punctele de extrem ale funcției

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 + 6xy + 20y^2 + 2x + 6y$$

și natura acestora.

II. Determinați

$$\text{a. } \int \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx \quad \text{b. } \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\arcsin x}{(1 + \arcsin x) \sqrt{1 - x^2}} dx.$$

III. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 4^n} x^n$. Este seria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 4^n} 5^n \text{ convergentă, sau divergentă?}$$

Punctaj: I:3p, II:3p(1.5+1.5), III:3p, 1p din oficiu. **Timp lucru:** 50 minute

MODEL II

I. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n + 1} x^n$. Este seria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n + 1} \left(\frac{4}{3}\right)^n \text{ convergentă, sau divergentă?}$$

II. Precizați punctele de extrem ale funcției

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 - 2xy + 4y^2 - 2x + 2y$$

și natura acestora.

III. Determinați

$$\text{a. } \int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx \quad \text{b. } \int_0^2 x^2 e^{4x} dx.$$

Punctaj: I:3p, II:3p, III:3p(1.5+1.5), 1p din oficiu. **Timp lucru:** 50 minute

MODEL III

I. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2n} x^n$. Este seria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2n} (1.15)^n \text{ convergentă, sau divergentă?}$$

II. Precizați punctele de extrem ale funcției

$$f: (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

și natura acestora.

III. Determinați

$$\text{a. } \int \frac{1}{x^2 - 6x + 8} dx \quad \text{b. } \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 13}} dx.$$

Punctaj: I:3p, II:3p, III:3p(1.5+1.5), 1p din oficiu. **Timp lucru:** 50 minute