I. Să se determine punctele de monogenitate ale funcției $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $f(z)=z^4+2z^3+2z\bar{z}-2\bar{z}^2+3z+2\bar{z}$ și să se calcule $f'(z)$ în aceste puncte.

II. Să se afle funcțiile olomorfe f pentru care partea reală este $u(x,y)=\ln(x^2+y^2)$ iar $f(1)=0$. Să se scrie $f=f(z)$.

III. Să se rezolve problema Cauchy

$$\begin{cases} x' = 6x-12y-z \\ y' = x-3y-z \\ z' = -4x+12y+3z \\ x(0)=12,\ y(0)=5,\ z(0)=-13 \end{cases}$$

IV. Să se determine soluția ecuației

$$x'+x-2\int_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = \cos t+\operatorname{sh} t,\quad t\geq 0$$

$$x(0)=1$$

$$\boxed{\left(\operatorname{sh} t=\frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)}$$

V. Să se determine TL a funcției $x(t)$, $t\geq 0$ ce verifică

$$\begin{cases} tx''+x'+tx=0 \\ x(0)=1 \end{cases},$$

și să se calculeze $\int_0^t x(\tau)\,x(t-\tau)\,d\tau$.

VI. Funcțiile $f,g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ sunt olomorfe și există $\varphi\in C^2(\mathbb{R})$ astfel încât $\operatorname{Re} f=\varphi(\operatorname{Im} g)$. Să se arate că f și g sunt liniar dependente.

T.L. 2 ore

5 subiecte la alegere (fiecare 2 pct.)