

I. Determinați valorile limitelor

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^{10} + 3n^2 + 4} + \sqrt{n^{10} + 6n^2 + 9}}{\sqrt{n^8 + 7n^2 + 5} + \sqrt{n^8 + 3n^2 + 4}} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^{-2x} - 2}{4x^2}.$$

II. Studiați convergența seriilor

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{4n+5} \right)^{2n+1} \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+3)}{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdots (4n+2)}.$$

III. (a) Fie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg(3 + \sin(x^2) + x^4)$. Calculați $f'(x)$.

(b) Demonstrați că $x \cos x \leq \sin x$, pentru orice $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

(c) Determinați ecuația tangentei în punctul de abscisă $x_0 = e$ la graficul funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3 \ln x$.

(d) Determinați punctele de extrem local ale funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 8,$$

natura acestora și valorile extreme asociate.

Punctaj: I:2p(1+1), II:2p(1+1), III:5p(0.75+1.25+1.25+1.75), 1p din oficiu,

TL: 1h 30min