

I. Fie  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{x}{y} \sin \frac{y}{x}$ . Demonstrați că

$$x \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + y \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0, \quad \forall (x, y) \in D.$$

II. Studiați convergența integralelor improprii

a)  $\int_3^6 \frac{1}{(x-3)^2(7-x)} dx$ ,      b)  $\int_0^\infty \frac{1}{x^3 + 5x^2 + 6} dx$ .

III. Determinați

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{4 - \sin^2 x}} dx.$$

IV. a) Determinați

$$\iint_{[2,3] \times [0,1]} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}(y^2 + 1)} dx dy.$$

b) Determinați

$$\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

unde  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0\}$ .

V. Determinați

$$\int_\Gamma (x + y + z^3) ds,$$

unde  $\Gamma$  este curba dată parametric prin 
$$\begin{cases} x(t) = -a \sin t \\ y(t) = a \cos t \\ z(t) = bt \end{cases}, \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}], a, b > 0.$$

**Punctaj:** I:2p II:1.5p (0.75+0.75) III:1p IV:2.75p (0.75+2) V:1.75p +1p din oficiu.

**Timp de lucru:** 1h 45min