

Analiză Matematică 2

Temă (IC)

Problema 1 Determinați

$$1) \int \cos(4x + 1) dx; \quad 2) \int \frac{dx}{(x + 3)^2}.$$

Problema 2 Determinați

$$1) \int x \operatorname{arctg} x dx; \quad 2) \int x^2 \cos x dx.$$

Problema 3 Determinați

$$1) \int \sqrt[6]{\ln x} \frac{1}{x} dx; \quad 2) \int \sin^3 x \cos^2 x dx; \quad 3) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

Problema 4 Fie $A = \int \cos^2 x dx$; $B = \int \sin^2 x dx$.

1. Calculați $A + B$ și $B - A$, folosind eventual formula $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
2. Determinați A și B , folosind eventual 1.

Problema 5 Determinați primitivele următoarelor funcții raționale.

$$1) \int \frac{dx}{x^2 + 5x + 6}; \quad 2) \int \frac{-x + 1}{x^2 + 4x + 3} dx.$$

Problema 6 Determinați primitivele următoarelor funcții reductibile la funcții raționale.

$$1) \int e^{\sqrt{x}} dx; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{5-x} + \sqrt[3]{5-x}}.$$

Problema 7 Demonstrați că funcția

$$f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^t dt,$$

este strict descrescătoare.

Problema 8 Determinați

$$1) \int_1^2 \ln(1 + x^2) dx; \quad 2) \int_0^1 x e^{3x} dx.$$

Problema 9 Determinați

$$1) \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx; \quad 2) \int_0^1 \frac{x^3}{1 + x^8} dx.$$

Problema 10 Studiind paritatea integrandului, demonstrați că

$$1) \int_{-\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \cos x \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) dx = 0.$$

Problema 11 Determinați $\int_0^\pi \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$.

Problema 12 Determinați valorile următoarelor limite (cu justificarea cazului de nedeterminare)

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \operatorname{arctg} t dt}{x^2}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\int_0^{\sin x} e^{t^2} dt}{\int_0^{\operatorname{tg} x} e^{t^2} dx}.$$

Problema 13 Determinați ariile domeniilor plane mărginite de graficele următoarelor funcții

1. $f, g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^3, g(x) = -4x$.

Problema 14 Determinați ariile suprafețelor de rotație obținute prin rotația graficelor următoarelor funcții în jurul axei Ox

1. $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{3}$.

Problema 15 Determinați volumele corpurilor de rotație obținute prin rotația graficelor următoarelor funcții în jurul axei Ox

1. $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \ln x$.

Problema 16 Determinați valorile următoarelor integrale improprii

1) $\int_0^\infty \frac{1}{x^2 + 7x + 12} dx$.

Problema 17 Studiați convergența următoarelor integrale improprii

1) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^4 + 7x^3 + 2}$; 2) $\int_1^\infty \frac{x^2}{\sqrt{1 + 3x^4 + 2x^7}} dx$.

Problema 18 Studiați convergența următoarelor integrale improprii

1) $\int_1^3 \frac{1}{(x-1)^3(4-x)} dx$; 2) $\int_2^4 \frac{1}{(x-1)(x-2)^2} dx$.

Problema 19 Determinați $\int_C y ds$, unde $(C) : \begin{cases} x = t \\ y = \sqrt{t} \end{cases}, t \in [2, 3]$.

Problema 20 Determinați valorile următoarelor integrale pe domenii dreptunghiulare

1) $\iint_{[0,1] \times [\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]} \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)(1-y^2)}} dx dy$; 2) $\iint_{[0,1] \times [1,2]} x^2 y^3 e^{x^3+y^4} dx dy$.

Problema 21 Determinați aria domeniului plan mărginit de dreapta $(D) : y = x$ și de parabola $(P) : y = x^2$.

Problema 22 *Determinați*

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy,$$

unde D este domeniul mărginit de parabolele $(P_1) : y = x^2$ și $(P_2) : y^2 = x$.

Problema 23 *Cu ajutorul coordonatelor polare, determinați*

1. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y); 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; x \leq 0, y \geq 0\}.$
2. $\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 4; x \leq 0, y \leq 0\}.$