

I. Fie $f, g : D \subset \mathbb{R}^2, f(x, y) = \sqrt{x^3 y^2 + y \sin x}, g(x, y) = 3^{\frac{x}{y}}$. Determinați $\frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial x}$.

II. Calculați

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx.$$

III. Fie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 y^3 + 2y$. Calculați $\frac{df}{d\vec{v}}(1, 2)$, unde $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$. Crește f într-o vecinătate a lui $A(1, 2)$ după direcția lui \vec{v} , sau scade după această direcție?

IV. a) Determinați

$$\iint_{[0,1] \times [0,2]} \frac{2^x}{\sqrt{1+y^2}} dx dy.$$

b) Determinați

$$\iint_D y dx dy,$$

unde D este domeniul mărginit de parabolele $(P_1) : y = x^2$ și $(P_2) : y^2 = x$.

V. Calculați $\int_{\Gamma} z ds$, unde

$$\Gamma : \begin{cases} x = -8 \cos t \\ y = 8 \sin t \\ z = 6t \end{cases}, \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Punctaj: I:1.5p II:1p III:1.25p IV:3.25p (1.25+2) V:2p +1p din oficiu.

Timp de lucru:1h 30min